

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОГЛАСОВАНО**

Заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и  
математической логики  
(АиМЛ\_ФМиИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий ОП ВО

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

Кафедра алгебры и  
математической логики  
(АиМЛ\_ФМиИ)

наименование кафедры

Левчук В.М.

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**АЛГЕБРЫ ЛИ И ГРУППЫ ЛИЕВА**  
**ТИПА**

Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 Алгебры Ли и группы лиева типа

Направление подготовки /  
специальность 01.04.01 Математика Магистерская  
программа 01.04.01.02 Алгебра, логика и  
дискретная математика

Направленность  
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

---

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.04.01 Математика Магистерская программа 01.04.01.02

---

Алгебра, логика и дискретная математика

---

Программу  
составили

Доктор физико-математических наук, Профессор,  
Нужин Яков Нифантьевич;;;

---

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Основной задачей является ознакомление студентов с основами алгебр и групп Шевалле с перспективой написания курсовых и дипломных проектов.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачами дисциплины являются:

В итоге изучения дисциплины «Алгебры Ли и группы лиева типа» студент должен уметь: находить структурные константы алгебр Шевалле, вычислять коммутаторы корневых элементов по коммутаторной формуле Шевалле.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

<b>ПК-1:Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</b>	
Уровень 1	Какие исследовательские вопросы стоят в рамках данной дисциплины, основные теории, положения, историю становления и методы изучаемой дисциплины.
Уровень 1	Самостоятельно освоить темы дисциплины, углубляющие и детализирующие содержание лекционных и семинарских занятий.
Уровень 1	Навыками использования алгебр Ли и групп лиева типа в прикладных задачах.

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

При изучении курса необходимо знание основ линейной алгебры и теории групп.

### 1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр
		2
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>4 (144)</b>	<b>4 (144)</b>
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>0,94 (34)</b>	<b>0,94 (34)</b>
занятия лекционного типа	0,47 (17)	0,47 (17)
занятия семинарского типа		
в том числе: семинары		
практические занятия	0,47 (17)	0,47 (17)
практикумы		
лабораторные работы		
другие виды контактной работы		
в том числе: групповые консультации		
индивидуальные консультации		
иная внеаудиторная контактная работа:		
групповые занятия		
индивидуальные занятия		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,06 (74)</b>	<b>2,06 (74)</b>
изучение теоретического курса (ТО)		
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)		
реферат, эссе (Р)		
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	<b>1 (36)</b>

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Модуль I.	6	6	0	22	ПК-1
2	Модуль II.	6	6	0	22	ПК-1
3	Модуль III.	5	5	0	30	ПК-1
Всего		17	17	0	74	

#### 3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Алгебраические системы и алгебры над полем.	1	0	0
2	1	Система корней евклидова пространства.	1	0	0
3	1	Классификация систем корней ранга 1 и 2.	1	0	0
4	1	Порождающие и определяющие соотношения групп Вейля.	1	0	0
5	1	Параболические подгруппы групп Вейля.	1	0	0
6	1	Алгебры Ли и их подалгебры.	1	0	0
7	2	Теоремы существования и изоморфизма.	1	0	0

8	2	Алгебры и группы Шевалле.	1	0	0
9	2	Представления унипотентных элементов.	1	0	0
10	2	Группы с (B,N)-парой	1	0	0
11	2	Полевые, диагональные и графовые автоморфизмы.	1	0	0
12	2	Описание автоморфизмов конечных групп Шевалле.	1	0	0
13	3	Скрученные системы корней и их группы Вейля.	1	0	0
14	3	Скрученные группы Шевалле.	1	0	0
15	3	Унипотентные и диагональные подгруппы скрученных групп.	1	0	0
16	3	Группы лиева типа ранга 1.	1	0	0
17	3	Матричное представление и подгрупповое строение групп Ри.	1	0	0
Всего			17	0	0

### 3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в acad. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Алгебраические системы и алгебры над полем. Алгебры Ли.	1	0	0
2	1	Система корней евклидова пространства, ее база и система положительных корней.	1	0	0

3	1	Основные типы неразложимых систем корней . Классификация неразложимых систем корней. Их представления.	1	0	0
4	1	Теорема об определяющих соотношениях группы Вейля в терминах фундаментальных отражений.	1	0	0
5	1	Картановское разложение системы корней полупростой комплексной алгебры Ли; теоремы существования и изоморфизма.	1	0	0
6	1	Теоремы Шевалле о базисе и о структурных константах. Определение группы Шевалле над комплексным и над произвольным полями.	1	0	0
7	2	Действие корневых элементов на базисе Шевалле.	1	0	0
8	2	Лемма о сопряжении произвольным автоморфизмом экспоненты нильпотентного дифференцирования простой комплексной алгебры Ли.	1	0	0
9	2	Коммутаторная формула Шевалле. Вычисление ее констант для групп Шевалле лиева ранга 2. Корневые подгруппы. Унипотентная подгруппа и подгруппа $\langle X_a, X_b \rangle$ при линейно независимых $a$ и $b$ , их нильпотентность.	1	0	0

10	2	Лемма Шевалле о существовании гомоморфизма $SL(2, K)$ на подгруппу $\langle X_r, X_{-r} \rangle$ . Диагональные и мономиальные элементы, их выражение через корневые элементы и действие на базис Шевалле. $K$ -характеры решетки корней.	1	0	0
11	2	Диагональная подгруппа $H$ . Решетка фундаментальных весов. Характеризация $K$ -характеров, определяющих автоморфизмы из $H$ . $H$ -инвариантность корневых подгрупп. Подгруппа Бореля.	1	0	0
12	2	Мономиальная подгруппа; теорема об ее гомоморфизме на группу Вейля.	1	0	0
13	3	Теорема о существовании $(B, N)$ -пары в группе Шевалле.	1	0	0
14	3	Основные свойства групп с $(B, N)$ -парой: разложение Брюа, критерий равенства двойных классов, описание параболических подгрупп и их нормализаторов.	1	0	0
15	3	Теорема о канонической форме элементов группы Шевалле.	1	0	0
16	3	Признак простоты группы с $(B, N)$ -парой. Теорема о простоте групп Шевалле. Порядки конечных групп Шевалле.	1	0	0
17	3	Группы лиева типа ранга 1.	1	0	0
Всего			17	0	0

### 3.4 Лабораторные занятия

№	№	Наименование занятий	Объем в акад. часах
---	---	----------------------	---------------------



п/п	раздела дисциплины		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

#### 4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Левчук В. М.	Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учеб. пособие	Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ], 2006

#### 5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

#### 6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Стейнберг Р., Кириллов А. А.	Лекции о группах Шевалле: перевод с английского	Москва: Мир, 1975
Л1.2	Серр Ж., Вольтский А. Б., Онищик А. Л.	Алгебры Ли и группы Ли: перевод с английского и французского	Москва: Мир, 1969
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Борель А., Кэртис Ч. У., Спрингер Т. А., Штейнберг Р., Ивахори Н., Картер П., Кириллов А. А.	Семинар по алгебраическим группам: сборник статей	Москва: Мир, 1973
Л2.2	Хамфри Д. Е., Платонов В. П.	Линейные алгебраические группы: пер. с англ.	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980

Л2.3	Газданова М. А., Нужин Я. Н.	Строго вещественные унитарные подгруппы групп Лиэва типа: диссертация ... кандидата физико-математических наук	Красноярск: Б. и., 2006
Л2.4	Горенштейн Д.	Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского	Москва: Мир, 1985
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Левчук В. М.	Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учеб. пособие	Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ], 2006

**7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Э1	Группа Лиэва типа	<a href="https://ru.wikipedia.org/wiki/Группа_Лиэва_типа">https://ru.wikipedia.org/wiki/Группа_Лиэва_типа</a>
----	-------------------	---

## 8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Продолжительность изучения – один семестр. Занятия лекционного типа, практические занятия, самостоятельная работа.

Самостоятельная работа предусматривает два вида деятельности магистранта: изучение теоретического курса и решение задач. Изучение теоретического курса предполагает подготовку реферата по источникам, представленным в списке литературы. Комплекты задач выдаются лектором из учебников, представленных в списке литературы.

Задачи проверяются во время последующих практических занятий в рамках контроля самостоятельных работ.

Экзамен проводится в форме тестирования по всем темам курса. Необходимо решить задачи и предоставить преподавателю решение, а также ответить на вопросы.

Основные разделы: системы корней евклидова пространства, база и система положительных корней, теоремы Шевалле о базисе и о структурных константах, определение группы Шевалле над комплексным и над произвольным полями, коммутаторная формула Шевалле, вычисление ее констант для групп Шевалле лиева ранга 2, теорема о существовании  $(B, N)$ -пары в группе Шевалле, теорема о простоте групп Шевалле, порядки конечных групп Шевалле.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

**9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

**9.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

9.1.1	Пакет Microsoft Office, ОС Windows XP/7/8/10, браузер Google Chrome/Opera/Mozilla Firefox,
9.1.2	информационные справочные системы: google.com, yandex.ru и т.д.

**9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

9.2.1	Не предусмотрено.
-------	-------------------

**10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий требуется оборудованная доской аудитория.